ПЛОСКО-РАДИАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗОКОНДЕНСАТНОЙ СМЕСИ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

В.Ю.Бабанлы, Р.М.Велиев, Т.Г.Рамазанов

Институт прикладной математики
Бакинского государственного университета
Азербайджан, 370148, Баку, ул. 3. Халилова, 23,:
Afikret@LAN.AB.AZ.

Фильтрация газоконденсатной смеси в отличие от чистого газа сопровождается непрерывным изменением состава фаз, вызванным ретроградными явлениями. Реальная газоконденсатная смесь является многокомпонентной и многофазной, а фильтрация ее в пласте математически описывается системой сложных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами.

Существует несколько гидродинамических моделей фильтрации газоконденсатной смеси в пористой среде. Согласно одной из них, более ранней и упрощенной, газоконденсатная смесь рассматривается как газированная жидкость. Эту модель сформулировали А.Х.Мирзаджанзаде и Н.Х. Магеррамов [3]. В дальнейшем ее развили З.М.Ахмедов, Г.И.Баренблатт, К.Эйлертс и др. [4, 5, 7].

Другая модель газоконденсатной смеси создана в рамках теории фильтрации монокомпонентных смесей, в которой рассматривают совместное течение взаиморастворимых флюидов, и исходит из концепции движения в пористой среде многокомпонентной двухфазной углеводородной системы с фазовыми переходами компонент смеси. Этот подход с самого начала развивается в двух направлениях. Первое охватывает поиск модели фильтрации двухфазной смеси с произвольным числом компонент. Это направление развито в работах В.Н. Николаевского и др. [6]. Второе направление связано с идеей бинарной модели, т. е. фильтрация газоконденсатной смеси представляется как движение в пористой среде двухфазной и двухкомпонентной смеси углеводородов. Компонентами бинарной модели являются потенциальный конденсат и газ, каждый из которых в пластовых условиях находится в обеих – жидкой и газовой фазах. Это направление сформулировано в работах [1,8]. Процесс фильтрации считается изотермическим, медленно протекающим, предполагается, что потеря тепловой энергии, связанная с сопротивлением среды и расширением компенсируется теплообменом с окружающей средой.

Согласно бинарной модели нестационарная изотермическая фильтрация газоконденсатной смеси математически описывается системой двух нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами [1]

$$\nabla\left\{\left[\frac{K_г(\rho_к)P\beta}{\mu_г(P)Z(P)P_{at}}\left[1-C(P)\gamma(P)\right]+\frac{K_к(\rho_к)S_к(P)}{\mu_к(P)a_к(P)}\right]\nabla P\right\}= \\ =-\frac{m}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{(1-\rho_к)P\beta}{Z(P)P_{at}}\left[1-C(P)\gamma(P)\right]+\rho_к\frac{S_к(P)}{a_к(P)}\right\}, \tag{1}$$

$$\nabla\left\{\left[\frac{K_к(\rho_к)}{\mu_к(P)a_к(P)}+\frac{K_г(\rho_к)C(P)P\beta}{\mu_г(P)Z(P)P_{at}}\right]\nabla P\right\}= \\ =-\frac{m}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{\rho_к}{a_к(P)}+(1-\rho_к)\frac{C(P)P\beta}{Z(P)P_{at}}\right\} \tag{2}$$

где $к$, m – абсолютная проницаемость и пористость пласта, которая считается однородной; $K_г(\rho_к)$ и $K_к(\rho_к)$ – относительные фазовые проницаемости для газовой и жидкой фаз соответственно; $\mu_г(P)$, $\mu_к(P)$ – вязкости газовой и жидкой фаз; β и $Z(P)$ – коэффициенты температурной поправки и сверхсжимаемости для газовой фазы; $C(P)$ – содержание конденсата в газовой фазе; $\gamma(P)$ – отношение удельных весов конденсата в жидкой и газовой фазах при нормальных условиях; $S_к(P)$ – количество растворенного в жидкой фазе газа; $a_к(P)$ – объемный коэффициент жидкой фазы; P – текущее давление; $\rho_к$ – конденсатонасыщенность пласта; P_{at} – атмосферное давление; t – время, ∇ – оператор Гамильтона.

В связи со сложностью решения системы (1) – (2) авторами ранее рассматривались численные решения задачи о нестационарной фильтрации газоконденсатной смеси к галерее, т. е. одномерная фильтрация [2]. В данной работе рассматривается плоскорадиальная фильтрация газоконденсатной смеси к центральной скважине. Для этого случая система (1) – (2) примет вид:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r\left[\frac{K_г(\rho_к)P\beta}{\mu_г(P)Z(P)P_{at}}\left[1-C(P)\gamma(P)\right]+\frac{K_к(\rho_k)S_к(P)}{\mu_к(P)a_к(P)}\right]\frac{\partial P}{\partial r}\right\}= \\ =-\frac{m}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{(1-\rho_к)P\beta}{Z(P)P_{at}}\left[1-C(P)\gamma(P)\right]+\rho_к\frac{S_к(P)}{a_к(P)}\right\} \tag{3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r\left[\frac{K_к(\rho_к)}{\mu_к(P)a_k(P)}+\frac{K_г(\rho_к)C(P)P\beta}{\mu_г(P)Z(P)P_{at}}\right]\frac{\partial P}{\partial r}\right\}= \\ =-\frac{m}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{\rho_к}{a_к(P)}+(1-\rho_к)\frac{C(P)P\beta}{Z(P)P_{at}}\right\}. \tag{4}$$

Система (3) – (4) решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$\left.\begin{array}{ll} P(r,t)=P_0=const, & при\ \ t=0, \\ \rho_к(r,t)=0, & при\ \ t=0, \end{array}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{array}{lll} P(r,t)=P_c & при & r=r_c, \\ P(r,t)=P_k=const & при & r=R_k, \\ \dfrac{\partial P}{\partial r}=0 & при & r=R_k \\ \Delta P=P_k(t)-P_c(t)=const & при & P_k<P_0, \end{array}\right\}, \tag{6}$$

где P_0 – начальное пластовое давление; P_c – давление на забое скважины; $P_к$ – давление на контуре дренажа скважины; r_c – радиус скважины; R_k – радиус дренажа скважины; r – радиальная координата.

Для исключения скачкообразного изменения давления и конденсатонсыщенности в начальный момент эксплуатации решается только уравнение (3) для газа при условиях (5) и первых двух условиях из (6)в предложении, что за достаточное малое время в пласте конденсат мало выделяется и им можно пренебречь. Полученное таким образом решение принимается как начальное условие в задаче двухфазной фильтрации:

$$\left.\begin{array}{lll} P(r,t)=P(r), & при\ \ t=0, & r_c\le r\le R_к, \\ \rho_к(r,t)=0, & при\ \ t=0, & r_c\le r\le R_к. \end{array}\right\} \tag{7}$$

В пределах первой фазы, т. е. до $P_к \le P_0$, используются первые два условия из (6), а после при $P_к < P_0$ – последующие условия из (6).

После падения давления в какой-то точке пласта до вполне определенного значения для каждого состава газоконденсатной смеси – до давления начала конденсации $P_{нк}$ – начинается двухфазное течение, и в пласте постепенно образуются три зоны, границы между которыми являются подвижными. В первой, призабойной $\left(r_c \le r \le r_2(t)\right)$ и третьей, контурной $\left(r_1(t) \le r \le R_к\right)$ зонах решается только уравнение (3) для газа в предположении, что выделившийся конденсат выпадает в пласте и не движется. Во второй, промежуточной зоне $\left(r_2(t) \le r \le r_1(t)\right)$ решаются уравнения (3) и (4) совместно, как система.

Следует отметить, что сначала образуются только вторая и третья зоны, а по мере накопления выпавшего конденсата – и третья зона.

На подвижных границах между зонами задаются следующие граничные условия:

$$\frac{\partial P_1}{\partial r} = \frac{\partial P_2}{\partial r}; \quad P_1(r,t) = P_2(r,t); \quad \rho_{k1} = \rho_{k2} = \rho_k(t) \quad \text{при} \quad r = r_2(t), \tag{8}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial r} = \frac{\partial P_3}{\partial r}; \quad P_2(r,t) = P_3(r,t); \quad \rho_{к2} = \rho_{к3} = 0 \quad \text{при} \quad r = r_1(t), \tag{9}$$

где $P_i(r,t)$, $i = 1,2,3$, – текущее давление в соответствующих зонах, $r = r_2(t)$ – граница между первой и второй зонами; $r = r_1(t)$ — граница между второй и третьей зонами. После падения давления на контуре до уровня давления начала конденсации в пласте остаются только первая и вторая зоны.

Поставленная задача решалась численно. С этой целью система (3), (4) была переписана в векторной форме

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[AU\right] = -\frac{k}{rm}\frac{\partial}{\partial r}\left[B\frac{\partial U}{\partial r}\right], \tag{10}$$

где

$$U=\begin{Vmatrix} P \\ \rho_k \end{Vmatrix}, \qquad A=\begin{Vmatrix} \dfrac{(1-\rho_к)}{Z(P)P_{at}}\beta\left[1-C(P)\gamma(P)\right] & \dfrac{S_к(P)}{a_к(P)} \\ \dfrac{(1-\rho_к)}{Z(P)P_{at}}\beta C(P) & \dfrac{1}{a_k(P)} \end{Vmatrix},$$

$$B=\begin{Vmatrix} \dfrac{rK_г(\rho_к)P}{\mu_г(p)Z(p)P_{at}}\beta(1-C(p)\gamma(p)+\dfrac{rK_к(\rho_к)S_к(p)}{\mu_к(p)a_к(p)} & 0 \\ \dfrac{rK_к(\rho_к)}{\mu_к(p)a_к(p)}+\dfrac{rK_г(\rho_к)PC(p)\beta}{\mu_г(p)Z(p)P_{at}} & 0 \end{Vmatrix}.$$

Начальные и граничные условия в векторной форме примут вид:

$$\left.\begin{aligned} &U=\begin{Vmatrix} P_0(r) \\ 0 \end{Vmatrix} \quad \text{при} \quad t=0, \\ &\Delta U=\text{const} \quad \text{при} \quad r=r_c, \\ &U_1=U_2, \quad \frac{\partial U_1}{\partial r}=\frac{\partial U_2}{\partial r} \quad \text{при} \quad r=r_2(t), \\ &U_2=U_3=\begin{Vmatrix} P_{bc} \\ 0 \end{Vmatrix} \quad \text{и} \quad \frac{\partial U_2}{\partial r}=\frac{\partial U_3}{\partial r} \quad \text{при} \quad r=r_1(t), \\ &B\frac{\partial U}{\partial r}=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \end{Vmatrix} \quad \text{и} \quad U=\begin{Vmatrix} P_к \\ \rho_к \end{Vmatrix} \quad \text{при} \quad r=R_к. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Для численного решения системы (10) на сетке $\left(r_i,t_j\right)$ применялась неявная трехслойная схема, которая имеет второй порядок точности по обеим переменным, т. е. $\varepsilon_{ij}=0(\tau^2+h^2)$. В этом случае вычисления можно вести с относительно большим шагом по времени без ущерба для точности. Таким образом, для решения задачи (10) на узлах сетки $(r_i;\ t_j)$, применяя неявную трехслойную схему, получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{3}{2}A_{i,j+1}U_{i,j+1}-2A_{i,j}U_{i,j}+\frac{1}{2}A_{i,j-1}U_{i,j-1}= \\ &=-\frac{k\tau}{r_i mh^2}\left[B_{i+1,j}(U_{i+1,j}-U_{i,j})-B_{i,j}(U_{i,j}-U_{i-1,j})\right]. \end{aligned} \tag{12}$$

Эта система, дополненная начальными и граничными условиями (11), решалась итеративным путем с применением метода Ньютона.

Были проведены численные расчеты. Данные для расчета были взяты для конкретного газоконденсатного месторождения [1]:

$$P_0=40\ MPa;\ m=0,2;\ h=20\ m;\ \kappa=0,05\ mkm^2;\ R_k=1000\ m;\ \Delta P=4MPa;$$

$$P_{нк}=39,23\ MPa;\quad C_0=3\cdot 10^{-4} m^3/m^3.$$

Другие величины, входящие в уравнение (10), взяты из экспериментальных кривых.

Результаты расчетов показали, что граница конденсатовыделения $r=r_1(t)$ для данных условий быстро достигает контура дренажа, за 28,6 суток, так как начальное пластовое давление близко по значению к давлению начала конденсации. Граница зоны максимальной конденсации $r=r_2(t)$ при падении забойного давления до давления максимальной конденсации, которое в данном случае равно 6 МПа, за 830 суток достигает 200 м. Надо отметить, что конденсатонасыщенность вдоль пласта распределена весьма неравномерно, резко растет в первой зоне и к концу эксплуатации достигает у стенки скважины значения 0,8.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аббасов М.Т., Гасанов Ф.Г., Оруджалиев Ф.Г. *О фильтрации газоконденсатной смеси* // ДАН Азерб. ССР. – 1966. – № 4. – С 93–99.

2. Бабанлы В.Ю., Велиев Р.М., Рамазанов Т.Г. *Об одномерной фильтрации газоконденсатной смеси с фазовыми переходами* // Материалы 4-ой межд. научно-практической конференции «Хазарнефтегазятаг–2000», Баку, 2000.

3. Магеррамов Н.Х., Мирзаджанзаде А.Х. *О фильтрации газоконденсатной смеси в пористой среде* // ПММ. – 1960. – Т XXIV. – Вып. 6.

4. Ахмедов З.М., Самедов Т.А. *Гидродинамическое исследование накопления конденсата в пласте при нестационарной фильтрации газоконденсатной смеси к прямолинейной галерее* // Изв. вузов. Нефть и газ. –1965. – № 8.

5. Баренблатт Г.И. *О движении газоконденсатных смесей в трещиновато-пористых породах* // Изв. АН СССР. Мех. и матем. – 1964. – № 3.

6. Николаевский В.Н. *Об уравнениях движения, газоконденсатной смеси в пористой среде* // Инженерный журнал. – 1962. – Т. 3. – Вып. 3.

7. Eilerts K.C., Summer E.F. *Integration of Partial Differential equation for transient radial flow of gas condensate fluids* // Soc. Petrol. Eng. J. – 1965. – No. 2.

8. Kniazeff V.J., Neville S.A. *Two-phase flow of volatile hidrocrbons* // Soc. Petrol. Eng. J. – 1965. – No 1.

9. Самарский А.А., Николаев Е.С. *Методы решения сеточных уравнений.* – М.: Наука, 1978.